**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**ДЛЯ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**(Базовый уровень)**

## по алгебре и геометрии (под редакцией Мордковича А.Г.)

## Требования к уровню подготовки обучающихся

**В результате изучения математики на базовом уровне ученик должен**  
**знать/понимать**  
значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе,  
значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки,

историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии,  
универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности; вероятностный характер различных процессов окружающего мира;  
значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе,  
значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии,  
универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности.  
**Алгебра**  
выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;  
вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;  
использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:  
практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

**Функции и графики**  
**уметь**  
определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции,  
строить графики изученных функций,  
описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;  
решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков,  
использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

**Начала математического анализа  
уметь**вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;   
исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа; вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;  
использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения.  
  
**ГЕОМЕТРИЯ**  
**уметь**  
распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;  
описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;  
анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;  
изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;  
строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;   
решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);  
использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;  
проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;  
использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;  
вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.  
**Уравнения и неравенства**  
**уметь**  
решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;  
составлять уравнения и неравенства по условию задачи;  
использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;  
изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни .

**Требования к уровню подготовки выпускников:**

В результате изучения математики на профильном  уровне ученик должен

знать/понимать

значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе ;значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики; значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций; возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения; универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности; различие требований, предъявляемых в доказательствах в математике естественных социально-экономических и гуманитарных науках, на практике; роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знаний и для практики; вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

**Числовые и буквенные выражения**

**уметь:** выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приёмы с применением вычислительных устройств; находить значение корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; применять понятия связанные с делимостью целых чисел при решении математических задач; находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители; выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами; использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства.

**Функции и графики**

**Уметь**: определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков; описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций; решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графические представления; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков реальных процессов.

**Начала математического анализа**

**уметь**

* находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
* вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
* исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
* решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
* решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
* вычислять площадь криволинейной трапеции;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* решения геометрических задач, экономических и других прикладных задач, в том числе на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа.

**Уравнения и неравенства**

уметь:

* решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
* доказывать несложные неравенства;
* решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учётом ограничений условия задачи;
* изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их  систем;
* находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
* решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для: построения и исследования простейших математических моделей.

**Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

уметь:

* решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
* вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов (простейшие случаи);

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

**Требования к уровню подготовки выпускников по геометрии**

уметь:

* соотносить плоские геометрические фигуры и трёхмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
* изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертёж по условию задачи;
* решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
* проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
* вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
* применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
* строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;

использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

* исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
* вычисления длин, площадей и объёмов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.  
  построения и исследования простейших математических моделей.

#### ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ база

##### АЛГЕБРА

**Корни и степени.** Корень степени *n*>1 и его свойства. Свойства корня *п*-ой степени Степень с рациональным показателем и ее свойства. *Понятие о степени с действительным показателем*.Свойства степени с действительным показателем. Обобщение понятия о показателе степени. Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

**Логарифм**.Логарифм числа. Натуральные логарифмы. *Основное логарифмическое тождество*.Логарифм произведения, частного, степени; *переход к новому основанию*. Десятичный и натуральный логарифмы, число е.

**Преобразования простейших выражений**, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования. Преобразование выражений, содержащих радикалы.

**Основы тригонометрии**.Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Длина дуги окружности. Числовая окружность. Радианная мера угла. Числовая окружность на координатной плоскости. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы понижения степени. *Формулы половинного углы. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.* Преобразования простейших тригонометрических выражений. Преобразование выражения  к виду 

*Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.* *Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.* Арккосинус и решение уравнения . Арксинус и решение уравнения . Арктангенс и решение уравнения . Арккотангенс и решение уравнения .

**ФУНКЦИИ**

**Функции**. Область определения и множество значений**.** График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. *Область определения и область значений обратной функции*. Исследование функции на монотонность. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке. Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений величин. График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. Функция вида , её свойства и график. Степенные функции, их свойства и графики.

*Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций*.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период. Как построить график функции , если известен график функции . Как построить график функции , если известен график функции . График гармонического колебания. Функции , , их свойства и графики.. Функции , , их свойства и графики. Периодичность функций y=sin x, y=cos x.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график. Функция у=ln x, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат *и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой , растяжение и сжатие вдоль осей координат*.

**НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Числовые последовательности. *Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.* Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Вычисление пределов последовательностей. Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке. Приращение аргумента. Приращение функции.

*Понятие о непрерывности функции*. Задачи, приводящие к понятию производной.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной.Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм нахождения производной. Правила дифференцирования. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций.Формулы дифференцирования тригонометрических функций. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование показательной и логарифмической функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. *Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.*

*Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции*. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.Свойства определённого интеграла. Первообразная. Правила вычисления первообразных. Первообразные элементарных функций. Неопределённый интеграл Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.Вторая производная и ее физический смысл.

**УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

Общие методы решений уравнений. Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных, и тригонометрических уравнений*.* Системы уравнений. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных, метод разложения на множители. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Теоремы о равносильности уравнений. Преобразование данного уравнения в уравнение-следствие. О проверке и потере корней. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной. Замена уравнения  уравнением . Решение неравенств с одной переменной. Системы и совокупности неравенств. Уравнения и неравенства с параметрами.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

**ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ** Табличное и графическое представление данных.  *Числовые характеристики рядов данных*.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Сочетания и размещения. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Комбинаторные принципы сложения и умножения. Правило умножения. Перестановки и факториалы. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.* Решение практических задач с применением вероятностных методов. Вероятность и геометрия. Независимые повторения испытаний с двумя исходами. Статистические методы обработки информации. Гауссова кривая. Закон больших чисел.

**ГЕОМЕТРИЯ**

**Прямые и плоскости в пространстве.** Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Аксиомы стереометрии. Некоторые следствия из аксиом.

Взаимное расположение прямых в пространстве. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающие­ся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости.Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. *Двугранный угол, линейный угол двугранного угла*.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. *Расстояние между скрещивающимися прямыми*.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. *Площадь ортогональной проекции многоугольника*. Изображение пространственных фигур.

**Многогранники.** Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера*.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и *наклонная призма*. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Прямоугольный параллелепипед. Свойства граней, диагоналей прямоугольного параллелепипеда.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. *Усеченная пирамида. Правильная усечённая пирамида. Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды.*

Симметрия в пространстве. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, *в призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире*.

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

**Тела и поверхности вращения.** Цилиндр и конус. *Усеченный конус*. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. *Осевые сечения и сечения параллельные основанию. Площадь боковой и полной поверхности усечённого конуса. Сечения конусов.*

Шар и сфера, их сечения, *касательная плоскость к сфере*. Взаимное расположение сферы и плоскости.

**Объемы тел и площади их поверхностей.** *Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.*

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Объём прямой призмы. Объём наклонной призмы. Формулы объема пирамиды и конуса. Объём усечённой пирамиды. Объём усечённого конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы. Объём шарового сегмента. Объём шарового слоя. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла.

**Координаты и векторы.** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы *и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.*

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Свойства сложения векторов в пространстве. Сумма нескольких векторов. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек. Простейшие задачи в координатах. Координаты середины отрезка. Длина вектора. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда.

**ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ МАТЕРИАЛА профиль**

##### ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Выражения с переменными. Упрощение выражений. Преобразования рациональных выражений, выражений с радикалами. Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень. Решение рациональных уравнений и неравенств. Решение текстовых задач на проценты, работу, движение. Натуральные и целые числа, числовая прямая. Основная теорема арифметики натуральных чисел. Рациональные числа. Числовые неравенства. Иррациональные числа. Множество действительных чисел. Аксиоматика действительных чисел. Модуль действительного числа. Графики функций, связанных с модулем. Графики кусочно-заданных функций. Метод математической индукции. Делимость целых чисел. Деление с остатком. Сравнения. Решение задач с целочисленными неизвестными. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Комплексные числа и координатная плоскость. Комплексная плоскость. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.Комплексные корни многочлена. Комплексные числа и квадратные уравнения. Умножение, деление, возведение комплексного числа в степень. Извлечение корней из комплексных чисел. Извлечение кубического корня из комплексного числа. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов на многочлен с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Решение целых алгебраических уравнений. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Разложение многочлена на множители. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона.Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены.Понятие корня *п*-ой ( *п* >1) степени из действительного числа. Корень степени *n*>1 и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем.Свойства степени с действительным показателем. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число *е*. Функция у=ln x, её свойства и график. Функция , её свойства, график. Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования. Выражения с переменными. Упрощение выражений. Преобразования рациональных выражений, выражений с радикалами. Решение рациональных уравнений и неравенств. Преобразование выражений, содержащих степень с рациональным показателем.

**Тригонометрия**

Числовая окружность Измерение углов. Числовая окружность на координатной плоскости Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества, следствия из них. Тригонометрические функции числового аргумента. Нахождение основного периода сложных функций, суммы, произведения и частного двух функций. Формулы приведения. Синус и косинус. Формулы сложения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус, тангенс двойного угла. Формулы половинного угла. Формулы пони­жения степени. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование выражения A sin *x + В*cos*х* к виду С sin *(х + t).* Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс.

**ФУНКЦИИ**

Функции.Определение числовой функции и способы ее задания. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Непрерывность функции. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Симметрия относительно прямой  Нахождение функции, обратной данной. Условия существования обратной функции. Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций. Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. Построение графика функции *у* = *mf(x).* Построение графика функции *у = f(kx).* График гармонического колебания.Тригонометрические функции *у* = sin *х, у =* cos *х,* их свойства и графики. Функции *у* = tg *х, у =* ctg *х,* их свойства и графики. Обратные тригонометрические функции: арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс, их свойства и графики. Показательная функция (экспонента), её свойства и график. Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график. Функция вида , её свойства и график. Логарифмическая функция, её свойства и график. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой , растяжение и сжатие вдоль осей координат.

**НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Числовая последовательность, способы ее зада­ния и свойства. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Понятие о пределе последовательности. Предел последовательности Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах. Понятие о непрерывности функции. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Непрерывность элементарных функций. Предел функции . Основные теоремы о непрерывных функциях. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Вертикальные и горизонтальные асимптоты. Задачи, приводящие к понятию производной. Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Дифференциал.Уравнение касательной к графику функции. Вычисление производных. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производные элементарных функций. Дифференцирование показательной и логарифмической функций. Понятие производной *п-го* порядка.Производные сложной и обратной функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, при решении текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений. Задачи на оптимизацию. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Неопределённый интеграл. Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Свойства определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла. Примеры использования первообразной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии.Вторая производная и ее физический смысл. Задачи на оптимизацию.

**УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

Решение рациональных, показательных логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений, и неравенств*.* Метод разложения на множители при решении уравнений. Метод введения новой переменной при решении уравнений. Замена уравнения  уравнением . Уравнения и неравенства, не решаемые стандартными ме­тодами. Системы и совокупности уравнений. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Методы решения тригонометрических уравнений. Решение однородных тригонометрических уравнений. Системы тригонометрических уравнений. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Теоремы о равносильности уравнений. Решение систем уравнений с двумя неизвестными простейших типов. Решение систем неравенств с одной переменной. Уравнение-следствие. Упрощение иррациональных выражений. Освобождение от иррациональности в знаменателе. Преобразование данного уравнения в уравнение-следствие. О проверке и потере корней. Системы и совокупности неравенств. Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел. Применение производной для дока­зательства тождеств и неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Обобщенный метод интервалов для решения неравенств. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. Уравнения и неравенства с параметрами. Приближенные методы решения уравнений. Метод после­довательных приближений. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

**ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Табличное и графическое представление данных.Числовые характеристики рядов данных.Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Независимые повторения испытаний с двумя исходами. Вероятность и геометрия. Статистические методы обработки информации Вероятность и статистическая частота наступления события. Гауссова кривая. Закон больших чисел.

.

**ГЕОМЕТРИЯ**

**Геометрия на плоскости.**

Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей. Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма. Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырёхугольников. Геометрические места точек. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест. Теорема Чевы и теорема Менелая. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек. Неразрешимость классических задач на построение.

**Прямые и плоскости в пространстве.** Предмет стереометрии. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии. Аксиомы стереометрии. Некоторые следствия из аксиом. Взаимное расположение прямых в пространстве. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающие­ся прямые. Параллельность трёх прямых в пространстве. Угол между прямыми в пространстве. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости. Перпендикулярность прямых в пространстве. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. Площадь ортогональной проекциимногоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.

**Многогранники.** Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Тетраэдр. Параллелепипед. Куб. Прямоугольный параллелепипед. Свойства граней, диагоналей прямоугольного параллелепипеда. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Площадь боковой поверхности правильной пирамиды. Усеченная пирамида. Правильная усечённая пирамида. Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды. Симметрия в пространстве. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире. Сечения многогранников (куба, призмы, пирамиды). Построение сечений. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

**Тела и поверхности вращения.** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию. Площадь боковой и полной поверхности усечённого конуса. Сечения конусов. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере. Взаимное расположение сферы и плоскости. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника. Цилиндрические и конические поверхности.

**Объемы тел и площади их поверхностей.** Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Объём прямой призмы. Объём наклонной призмы. Формулы объема пирамиды и конуса. Объём усечённой пирамиды. Объём усечённого конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы. Объём шарового сегмента. Объём шарового слоя. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла.

**Координаты и векторы.** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы иплоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Свойства сложения векторов в пространстве. Сумма нескольких векторов. Координаты вектора. Связь между координатами векторов и координатами точек. Простейшие задачи в координатах. Координаты середины отрезка. Длина вектора. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда.